Классическая теория упругости хорошо описывает поведение строительных материалов (различные виды стали, алюминия, бетона) при условии, что напряжения не превышают предел упругости и не происходит концентрация напряжений.

Расхождения между результатами классической теории упругости и экспериментом проявляются во всех случаях, когда микроструктура тела является существенной, т.е. в окрестности трещин и надрезов, где градиент напряжения существенный. Расхождения также появляются в градиентной среде и микрополярных телах, таких как полимеры.

Влияние микроструктуры особенно очевидно в случае упругих колебаний высокой частоты и малой длины волны.

В. Фойхт попытался исправить недостатки классической теории упругости [1] предположением, что взаимодействие двух частей тела передается через элемент площади  с помощью не только главного вектора , но и главного момента . Таким образом, помимо напряжения , был определен момент напряжения .

Однако обобщенная теория несимметричной упругости была разработана братьями Еженом и Франсуа Коссера [2], которые опубликовали ее в 1909 году в работе "Theorie des corps deformables".

Они предположили, что тело состоит из взаимосвязанных частиц в виде малых абсолютно твердых тел. Во время деформации каждая частица смещается на  и поворачивается на , являющихся функциями положения  и времени .

Таким образом, упругий континуум был описан так, что его точки обладают ориентированием (полярная среда) и для них можно говорить о повороте. Векторы  и  взаимно независимы и определяют деформацию твердого тела. Введение векторов  и  и предположение, что передача силы через элемент площади  осуществляется с помощью вектора силы  и вектора момента , введенных в результате ассиметричного тензора напряжений  и тензора моментных напряжений .

Теория братьев Эжена и Франсуа Коссера осталась незамеченной и не была по достоинству оценена во время их жизни. Так произошло, потому что представление было очень обобщенным (теория была нелинейной и содержала большие деформации) и потому что система отсчета выходила за рамки системы отсчета теории упругости. Они пытались построить единую теорию поля, содержащую механику, оптику и электродинамику и объединенную общим принципом наименьшего действия.

Исследования в области обобщенной теории сплошных сред, проведенные в последние пятьдесят пять лет, обратили внимание ученых на работу Коссера. Поиск новых моделей, более точно описывающих поведение реальных упругих сред, моделей, аналогичных или идентичных тем, с которыми сталкивались Косссера. Сначала отметим работы Трусделла и Тупина [3], Гриоли [4], Миндлина и Тирстена [5]. Вначале внимание авторов было сосредоточено на упрощенной теории упругости, так называемом псевдо континууме Коссера – это континуум, в котором возникают несимметричные напряжение и момент напряжения, однако деформация определяется только вектором смещения . Как в классической теории упругости, мы предполагаем, что . Интересно отметить, что эта модель была также рассмотрена Коссера, которые назвали ее моделью со скрытым трехгранником.

Ряд немецких авторов, таких как Гюнтер [7], Нейбор [8], упоминаются непосредственно с обобщенной теорией Коссера, дополненной материальными уравнениями. Обобщенные соотношения и уравнения Коссера также были получены Кувшинским и Аэро [9], Пальмовым [10]. Здесь следует также упомянуть обобщенную работу Эрингена и Сухуби [11].

В настоящий момент теория Коссера развивается. Растет количество литературы, посвященное данной теме. Вышли монографии, посвященные микрополярной теории упругости. (Micropolar\_Elasticity\_str1\_43)

Теория материалов с микроструктурой стала предметом интенсивного изучения в литературе (см. например, Тупин (1962), Миндлин (1963, 1964), Эринген и Сухуби (1964)). Эринген в 1966 году ввел понятие микрополярного континуума, который подобен континууму Коссера, кроме того он ввел закон сохранения тензора микроинерции, как частный случай микроморфного континуума.

Хорошо известно, что ответная реакция материала на внешний раздражитель зависит в большей степени от движения его внутренней структуры. Классическая упругость игнорирует этот эффект, только приписывая смещение степеней свободы материальных точек тела. В теории микрополярного континуума вращательная степень свободы играет главную роль. Поэтому, у нас шесть степеней свободы, вместо трех, рассмотренных в классической упругости. Кроме того, в микрополярных теориях для характеристики силы, приложенной на поверхности элемента, используют два тензора: несимметричные тензор напряжения и тензор моментного напряжения. Кристаллы, композиты, полимеры, суспензии, кровь, сетки и системы многорезковой оправки могут быть рассмотрены как примеры среды с микроструктурой. На самом деле в природе много веществ, которые указывают на необходимость рассмотрения микродвижений в механических исследованиях. Обзор исторических событий, а так же ссылки разных статей на данную тему можно найти в монографии Трусделла и Нолл (1965), Эрингена (1999), и Йесан (2004).

Классическая теория упругости не объясняет некоторые расхождения, которые возникают в случае проблем, связанных с упругими колебаниями высокой частоты и малой длины волны, то есть вибраций, генерируемых ультразвуковыми волнами. Согласно книге Эрингена (1999), если отношение характеристической длины, связанной с внешним раздражителем, и внутренней характеристической длины находится в окрестности 1, то характеристика компонент подконтинуума становится важной. Это объясняет, почему поведение коротких волн отличается от экспериментальных исследований в классической теории упругости. Микрополярный эффект становится существенным в высокочастотных и коротковолновых диапазонах волн.

Мы должны заметить, что Кулеш и другие (2005, 2006) изучили распространение упругих поверхностных волн в среде Коссера и искали решения в виде волновых пакетов, определяемых спектром Фурье произвольной формы. Поэтому решение дается в виде интеграла Фурье. В некоторых предыдущих работах (см. например, Эринген (1999) и ссылки в ней) авторы рассмотрели нижнюю границу частоты, волнового числа, коэффициент затухания и некоторые условия на скорость волны и волновое число, явно не приведенные в предыдущих работах (Кулеш и другие (2006), Ерофеев (2003). Это следствия методов, используемых в их подходах. Было изучено распространение поверхностных волн в микроструктурных твердых телах методом градиентного типа (Георгиадис и Велгаки (2003), Георгиадис и другие (2004)). Кроме того, класс, для которого обобщенная форма секулярного уравнения имеет допустимое решение, еще не известен.

Нашей основной целью является нахождение новых решений проблем распространения волн в микрополярном полупространстве.